

COMMENTAIRES

• Commentaires généraux

Malheureusement, il me faut reprendre presque intégralement les remarques générales faites l'an dernier sur les copies :

- Les correcteurs ont signalé à plusieurs reprises un nombre important de copies mal ordonnées, mal présentées, raturées (la rédaction de la copie ne doit pas occasionner un jeu de piste pour l'examineur) : **les étudiants doivent s'appliquer à présenter une copie claire et propre.**

Il est rappelé que les copies doivent être correctement numérotées, dans un ordre cohérent.

Notons que nous avons rencontré cette année des copies quasiment illisibles et donc lourdement pénalisées.

Rappelons aussi que l'orthographe fantaisiste donne une très mauvaise impression à la lecture de la copie.

- Il semble judicieux d'éviter d'utiliser des expressions telles que « il est trivial que », « par une récurrence immédiate », « il est clair que » etc... : rappelons que toute proposition énoncée dans une copie se doit d'être démontrée.

- Il ne suffit pas d'écrire « je peux utiliser le théorème car ses hypothèses sont vérifiées »... , il faut les vérifier !

- Enfin, un exemple ne permet pas de démontrer un résultat général.

Les quatre exercices constituant le sujet permettaient de parcourir les parties les plus classiques du programme de deuxième année de classe préparatoire MP.

- Signalons qu'une lecture attentive de la totalité du sujet permet souvent de comprendre l'architecture et la démarche proposée dans chaque exercice.

Il nous a semblé en effet que beaucoup de candidats lisent de plus en plus approximativement l'énoncé, ce qui induit nombre d'erreurs facilement évitables : « donner sans démonstration » donne lieu à une démonstration, « démontrer par récurrence » ne donne pas lieu à une récurrence, la donnée $F'(0) = \frac{1}{4}$ se

transforme en $F(0) = \frac{1}{4}$ etc...

- Un grand nombre d'étudiants ne maîtrise pas les notions de base d'algèbre linéaire, même de première année, ainsi que les théorèmes principaux d'analyse du programme de deuxième année de MP et espèrent cependant venir à bout des questions posées en utilisant des recettes toutes faites bien souvent mal comprises.

- Nous constatons de nouveau une très grande maladresse dans les calculs (parfois très simples) qui sont trop rapidement abandonnés.

De plus, beaucoup de candidats ne manipulent pas correctement les quantificateurs, ce qui entraîne de grosses difficultés dans les démonstrations, voire des contradictions.

- Dans le même type d'erreurs, on constate une grande confusion dans beaucoup de copies entre variable et paramètre : cela occasionne de grosses erreurs en particulier dans les intégrales à paramètre. Il est par

ailleurs curieux de voir des candidats chercher un équivalent de la fonction à intégrer au voisinage de $+\infty$ alors que l'on intègre entre 0 et 1 !

- Enfin, notons une nouvelle fois que les examinateurs ne goûtent guère des arguments inventés ou fallacieux pour arriver à toute force au résultat annoncé dans l'énoncé.

- Reste à signaler que les probabilités génèrent un refus de beaucoup de candidats : près de 30% des candidats n'aborderont pas cet exercice : rappelons que nous posons systématiquement un exercice de probabilité.

Conclusion : Nous souhaitons obtenir dans la résolution des exercices proposés de la rigueur, une rédaction claire et lisible et une justification des résultats en utilisant à bon escient le cours : ainsi, nous encourageons les candidats à rédiger le plus proprement, correctement et rigoureusement possible leurs copies, en détaillant clairement les calculs effectués et les théorèmes utilisés à chaque étape de la résolution, sans forcément chercher à tout traiter de façon superficielle.

Nous rappelons enfin qu'il vaut mieux admettre clairement le résultat d'une question et avancer dans la résolution du reste de l'exercice plutôt que de donner des arguments faux qui indisposent nécessairement le correcteur.

Nous proposons chaque année dans ce rapport une correction détaillée du sujet et invitons vivement les candidats à l'étudier attentivement.

• Commentaires par exercices

• Exercice 1.

Beaucoup de candidats ont du mal pour compter de 0 à n mais comme ils ne connaissent pas la dimension de $\mathbb{R}_n[X]$, les erreurs se compensent... Apparaît souvent la dimension d'une famille de vecteurs ! (confusion entre dimension et cardinal).

La formule de Taylor pour les polynômes est ignorée par plus d'un candidat sur deux.

Dans la question 3. il est loin d'être évident pour nombre de candidats que $R = 0$.

Curieusement, la question 4. a posé problème : des termes disparaissent lors du développement des parenthèses. Le cas $k = 0$ est trop souvent oublié.

Trop de candidats oublient de considérer la loi externe pour montrer qu'une application est linéaire. Certains tentent d'utiliser le calcul de $T(P_k)$ pour démontrer que $T(E_n) \subset E_n$ en oubliant de préciser que la famille des P_k est une base de E_n .

La matrice demandée à la question 6. est souvent fautive après de nombreux essais raturés : rappelons que la copie rendue n'est pas un brouillon !

Les questions 7. et 8. sont rarement abordées.

• Exercice 2.

Globalement, des négligences dans les écritures rendent les affirmations insensées. Citons par exemple : « t^{t^x} est continue » ; « t^{t^x} est croissante »

1. Question traitée par tous les candidats.
2. Question résolue souvent sans explication.

3. Il est désolant de constater que cette question est souvent fautive en ce qui concerne le domaine de validité.

4. Il est surprenant d'obtenir fréquemment $\Gamma(1) = -1$ ou $\Gamma(1) = 0$...

On lit trop souvent « par une récurrence immédiate » ...

Certains candidats ne lisent pas correctement l'énoncé et redémontrent que la fonction Γ est définie sur \mathbb{R}_+^* et que $\forall x > 0, \Gamma(x+1) = \Gamma(x)$, ce qui n'était pas demandé, sans traiter la fin de la question...

5.

5.1. Question très souvent mal traitée (plus d'un candidat sur deux) : on lit que la définition de F découle de la continuité de t^x sur le segment $[0, 1]$.

Pour certains candidats, l'intégrale est définie si, et seulement si, l'intégrande est défini...

Avant d'étudier l'intégrabilité d'une fonction, il serait judicieux de s'interroger d'abord sur quel ensemble elle est continue (ou continue par morceaux) : cela peut éviter des études inutiles.

5.2. Question souvent bien traitée : certains cependant tentent de démontrer que F est C^1 sur son ensemble de définition : une lecture attentive de l'énoncé aurait permis d'éviter cette piste.

Ne pas oublier que le signe de $F(x+1) - F(x)$ ne permet pas de conclure quand au sens de variation de F .

5.3. Correctement traitée en général.

5.4. Correctement traitée en général.

5.5. Noter que la domination sur un segment ne fonctionne pas dans cette question.

5.6. Trop peu de candidats se risquent à donner une allure de la courbe représentative de F : c'est dommage.

6. Questions très rarement abordées.

Rappelons que la dérivée de $|g_n|$ n'est pas $|g'_n|$!

• Exercice 3.

1. Réponses catastrophiques à cette question que l'on pose à peu près tous les ans...

On cite le Théorème fondamental de l'analyse sans plus de précision et le calcul de $F'(x)$ reste loufoque...

2. Nombreux sont les candidats qui n'arrivent pas à mettre en oeuvre correctement le changement de variable $u = xt$ et obtiennent des résultats faux : $\Psi(f)(x) = x F(x)$ voire $\Psi(f)(x) = F(x)$!

3. Très rarement traitée : beaucoup de candidats n'ont pas vu l'intérêt de la question 2.

4. Pas de problème.

5.

5.1. Nombre de candidats « prolongent » la fonction h par continuité en 0, alors que la fonction est définie en 0 !

Encore une fois, une lecture attentive de l'énoncé évite une telle erreur.

5.2. Il est surprenant de constater que pour beaucoup d'étudiants, h de classe C^1 en 0 signifie que h' tend vers 0 (!), sans s'assurer que $h'(0)$ existe et vaut 0...

5.3. Les questions **5.2** à **5.5** sont rarement abordées et $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ donne lieu à des résultats surprenants.

6. Les erreurs les plus courantes :

- $\int_0^1 f(xt) dt = 0 \implies f = 0$ car $f \geq 0$
- f est continue d'intégrale nulle, donc f est nulle.
- Puisque Ψ n'est pas surjective elle ne peut être injective.

7.

7.1. Pas de problème.

7.2. Question souvent mal traitée : des candidats ne mentionnent que la fonction $x \mapsto \frac{1}{x^\mu}$ et d'autres semblent perturbés par les variables et donnent comme solutions les $y : t \mapsto \exp\left(-\frac{\mu t}{x}\right)$.

7.3. et **7.4.** peu abordées et sans beaucoup de succès.

8. Question incomprise par 99% des candidats pour qui **8.1.1.** est le cas $n = 1$. Ainsi, en **8.1.2.**, ils disent : « de même qu'en **8.1.1.** » ...

Le reste des sous-questions est très rarement abordé.

• Exercice 4.

Exercice assez bien traité pour ceux qui l'ont abordé.

Quelques remarques :

- Les résultats sont souvent donnés sans une phrase, sans une explication (incompatibilité, indépendance).
- Des étudiants n'hésitent pas à affirmer que le spectre d'une matrice diagonale constituée de 0 et de 1 est égal à $\{-1, 1\}$!
- Régulièrement, les résultats donnés pour $T(\Omega)$, $R(\Omega)$ ou $D(\Omega)$ ne sont pas des ensembles. Par exemple,

$$T(\Omega) = \sum_{i=1}^n X_i(\omega).$$

FIN

Luc VALETTE