COMMENTAIRES

• Commentaires généraux

Malheureusement, il me faut reprendre presque intégralement les remarques générales faites l'an dernier sur les copies :
- Les correcteurs ont signalé à plusieurs reprises un nombre important de copies mal ordonnées, mal présentées, raturées (la rédaction de la copie ne doit pas occasionner un jeu de piste pour l'examinateur) : **les étudiants doivent s'appliquer à présenter une copie claire et propre**.
Il est rappelé que les copies doivent être correctement numérotées, dans un ordre cohérent.
Notons que nous avons rencontré cette année des copies quasiment illisibles et donc lourdement pénalisées.
Rappelons aussi que l'orthographe fantaisiste donne une très mauvaise impression à la lecture de la copie.
- Il semble judicieux d'éviter d'utiliser des expressions telles que « il est trivial que », « par une récurrence immédiate », « il est clair que » etc... : rappelons que toute proposition énoncée dans une copie se doit d'être démontrée.
- Il ne suffit pas d'écrire « je peux utiliser le théorème car ses hypothèses sont vérifiées »... , il faut les vérifier !
- Enfin, un exemple ne permet pas de démontrer un résultat général.

Les quatre exercices constituant le sujet permettaient de parcourir les parties les plus classiques du programme de deuxième année de classe préparatoire PSI.
- Signalons qu'une lecture attentive de la totalité du sujet permet souvent de comprendre l'architecture et la démarche proposée dans chaque exercice.
Il nous a semblé en effet que beaucoup de candidats lisent de plus en plus approximativement l'énoncé, ce qui induit nombre d'erreurs facilement évitables : « donner sans démonstration » donne lieu à une démonstration, « démontrer par récurrence » ne donne pas lieu à une récurrence, etc...

- Un trop grand nombre d'étudiants ne maîtrise pas les notions de base d'algèbre linéaire, même de première année, ainsi que les théorèmes principaux d'analyse du programme de deuxième année de PSI et espèrent cependant venir à bout des questions posées en utilisant des recettes toutes faites bien souvent mal comprises.
En exemple, le Théorème du rang appliqué à une matrice A de $\mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ prend parfois des formes étranges : $\dim(\mathscr{M}_n(\mathbb{R})) = \dim(\mathrm{Ker}(A) + \dim(\mathrm{Im}(A))$ ou encore, $\dim(A) = \dim(\mathrm{Ker}(A) + \dim(\mathrm{Im}(A))$!
- Nous constatons de nouveau une très grande maladresse dans les calculs (parfois très simples) qui sont trop rapidement abandonnés.
Les opérations sur les puissances posent encore beaucoup de problème à nombre de candidats.
On trouve encore trop d'équivalents à 0...
De plus, beaucoup de candidats ne manipulent pas correctement les quantificateurs, ce qui entraîne de grosses difficultés dans les démonstrations, voire des contradictions.
- Dans le même type d'erreurs, on constate une grande confusion dans beaucoup de copies entre variable et paramètre : cela occasionne de grosses erreurs en particulier dans les intégrales à paramètre. Il est par

ailleurs curieux de voir des candidats chercher un équivalent de la fonction à intégrer au voisinage de $+\infty$ alors que l'on intègre entre 0 et 1 !
Rappelons que lorsqu'il y a plusieurs variables qui interviennent, il est judicieux de préciser pour quelle variable on cherche un équivalent : une écriture du style $t^{p(n+1)} \underset{+\infty}{\sim}$ ne veut pas dire grand chose...
- Enfin, notons une nouvelle fois que les examinateurs ne goûtent guère des arguments inventés ou fallacieux pour arriver à toute force au résultat annoncé dans l'énoncé.
- Reste à signaler que les probabilités génèrent un refus de beaucoup de candidats : près de 30% des candidats n'abordent pas cet exercice : rappelons que nous posons systématiquement un exercice de probabilité.

Conclusion : Nous souhaitons obtenir dans la résolution des exercices proposés de la rigueur, une rédaction claire et lisible et une justification des résultats en utilisant à bon escient le cours : ainsi, nous encourageons les candidats à rédiger le plus proprement, correctement et rigoureusement possible leurs copies, en détaillant clairement les calculs effectués et les théorèmes utilisés à chaque étape de la résolution, sans forcément chercher à tout traiter de façon superficielle.
Nous rappelons enfin qu'il vaut mieux admettre clairement le résultat d'une question et avancer dans la résolution du reste de l'exercice plutôt que de donner des arguments faux qui indisposent nécessairement le correcteur.
Nous proposons chaque année dans ce rapport une correction détaillée du sujet et invitons vivement les candidats à l'étudier attentivement.

• Commentaires par exercices

Nous avons compilé un certain nombres d'erreurs constatées sur les copies qu'il nous semble important de signaler dans ce rapport afin d'espérer ne plus les rencontrer l'an prochain.

• **Exercice 1**.
- Question **1.** : Il est curieux de voir des valeurs du réel α qui dépend de i et de j.
Des candidats cherchent en vain la valeur de α sans utiliser le fait que la somme des probabilités vaut 1.
- Question **2.** : Il manque souvent des justifications dans ce qu'écrivent les candidats.
- Question **4.** : Ici encore, il est important de bien lire l'énoncé : certains candidats oublient de déduire $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$.
- Question **7.** : Ne pas oublier de justifier ses réponses : $LC = \mathbf{tr}(B)$ sans justification.

• **Exercice 2**.
- Questions de cours :
Les correcteurs sont étonnés que la factorisation de $X^{n+1} - 1$ par $X - 1$ soit aussi peu connue.
Cela impactait énormément la question **3.2.**
Que d'erreurs dans l'ensemble de définition et dans la somme de la série entière $\sum_{n\geqslant 0} x^n$!
- Question **3.** : les équivalents sont parfois fantaisistes.

Le critère de Riemann prend des formes étranges : $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}t}{t}$ converge...

On a souvent vu : $u_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+t+\cdots+t^n}\,\mathrm{d}t = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{t^k}$! !

Beaucoup d'imprécision dans la rédaction de la question **3.2.**

- Question **4.1.** : Certains candidats croient reconnaître une somme télescopique et forcent l'énoncé à rentrer dans leur cadre !

Nous constatons parfois une méconnaissance grave du cours sur les séries : le fait que $\forall\, t \in [0,1]$, $\lim\limits_{p\to+\infty} g_p(t) = 0$ n'implique pas la convergence de la série !

Enfin, trop souvent, dans la somme des termes d'une série géométrique, le premier terme est oublié.

- Question **4.2.** : Globalement, beaucoup d'erreurs sur un calcul simple : pourquoi faire une intégration par parties pour intégrer une fonction polynôme ?

Il ne faut pas confondre limite et équivalent !

- Question **4.4.** : Trop souvent $|h_p(t)| \underset{t\to+\infty}{\sim} \dfrac{1}{p^2}$ et donc, $|h_p(t)| \leqslant \dfrac{1}{p^2}$.

• **Exercice 3**.

- Question **1.1.** : Quelques bizarreries du style « A^0 est la matrice nulle » ou « A^0 est la matrice remplie de 1 ».
- Question **1.3.** : On voit rarement un exemple de matrice orthogonale !
- Question **2.1.** : Le raisonnement par récurrence pose toujours problème à certains candidats. L'hypothèse de récurrence étant : $\forall\, m \in \mathbb{N},\ (A(\theta))^m = A(m\theta)$, il ne reste plus grand chose à démontrer.

Parfois, la propriété est démontrée pour quelques valeurs de l'entier naturel m, sans faire de récurrence...

L'initialisation est aléatoire : $m = 1$ ou $m = 2$!

- Question **2.2.** : La résolution du système $\begin{cases} \cos(\theta) = \cos(n\theta) \\ \sin(\theta) = -\sin(n\theta) \end{cases}$ pose de gros problèmes.
- Question **3.2.3.** : La relation $X^\top BX \geqslant 0$ n'est souvent pas justifiée ou alors par « car B est une matrice symétrique ».
- Question **3.3.** : On a vu « $A^\top AX = 0 \Longrightarrow AX = 0$ car $A^\top \neq 0$! !

Enfin, beaucoup de candidats prouvent des inclusions d'ensembles en procédant par équivalences successives sans se poser de question.

• **Exercice 4**.

- Question **1.** : Que de réponses fantaisistes pour cette question de cours facile. Quelques exemples : l'argument de $e^{i\theta}$ vaut $\dfrac{\pi}{2}$, i, $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ou encore $\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$
- Questidon **2.** : la trigonométrie semble bien oubliée. On voit proposés des raisonnement par récurrence faux qui n'aboutissent pas.
- Question **3.** : A part la sous-question **3.4.** c'est une question relativement bien traitée.
- Question **4.** : Trop souvent : « continue donc dérivable »
- Question **5.** : on lit $f(x,t)$ est C^1 sur $\mathbb{R}$ sans préciser la variable.

On constate une grande confusion entre continuité et dérivation sous l'intégrale.

Malheureusement apparaissent des inégalités entre nombres complexes...

- Question **6.** : La continuité est souvent oubliée dans l'étude de la convergence d'intégrales.

Beaucoup d'intégrations par parties dans le mauvais sens : les candidats n'ont pas conscience qu'il est préférable de faire apparaître $\frac{1}{u\sqrt{u}}$ plutôt que $\sqrt{u}$ au voisinage de $+\infty$.

FIN

Luc VALETTE